

HKS – Rentrée 2026

Travaux de Vacances en Sciences Sociales

Enseignant : Denis ANNE

denis.anne@gmail.com

Les étudiants doivent obligatoirement lire pour la rentrée un des ouvrages suivants.

Le choix du livre n'est pas libre :

- Si votre nom de famille (sans espace, apostrophe ni tiret) comporte un nombre pair de lettres, vous devez lire Durkheim ;
- S'il comporte un nombre impair de lettres, vous lisez Weber.
 - o Ex : P. Verlaine (8 lettres) devrait lire Durkheim et A. Rimbaud (7 lettres) Weber.

Les deux livres sont disponibles gratuitement (et légalement) en téléchargement.

Des questions précises seront posées en début d'année scolaire pour vérifier que ces ouvrages ont bien été lus. Quelques exemples de questions possibles (liste non exhaustive) sont proposés ci-dessous.

- **Emile Durkheim, Les règles de la méthode sociologique, (ed. orig. 1895)**, PUF, collection Quadriga, 2013
 - o https://classiques.uqam.ca/classiques/Durkheim_emile/regles_methode/regles_metho_de.html

Un des classiques de l'école « française » de sociologie. Court et facile à lire.

Exemples de questions possibles sur l'ouvrage :

- o Qu'est-ce qu'un fait social selon Durkheim ?
- o Donner un exemple du caractère coercitif du fait social
- o Qu'est-ce qu'une prénotation ?
- o Que signifie « sui generis »
- o Pourquoi doit-on « traiter les faits sociaux comme des choses » ?...

Il est conseillé de prendre des notes et d'être attentif aux exemples illustratifs donnés par Durkheim ; la connaissance de ces exemples indiquant que l'ouvrage a bien été lu.

- **Max Weber, L'éthique protestante et l'esprit du capitalisme, (ed. orig. 1905)**

Un des ouvrages fondateurs de la sociologie « compréhensive ». Passionnant.

- L'édition numérique est disponible à cette adresse :
https://classiques.uqam.ca/classiques/Weber/ethique_protestante/Ethique.htm
- Edition papier chez Flammarion, collection Champs, 2017, ou une autre édition
 - o **Attention** : les éditions « papier » comportent souvent d'autres textes **qui ne sont pas à lire**.
 - o Ne sont à lire que **l'avant propos et les 2 chapitres** correspondant bien à L'éthique protestante et l'esprit du capitalisme. Ces deux chapitres s'intitulent :
 - 1. Le problème
 - 2. L'éthique de la besogne dans le protestantisme ascétique
- Pour cet ouvrage, il n'est pas requis de lire les (longues) notes de bas de page. Concentrez-vous sur le texte (cela réduira notablement votre temps de lecture :-).

Exemples de questions possibles sur l'ouvrage :

- o Quelle est la spécificité des sociétés occidentales modernes selon Weber ? Donnez-en un ou deux exemples fournis par Weber.
- o Quel est la particularité relevée par Weber dans les entreprises allemandes ?
- o Définir « l'esprit » du capitalisme
- o Comment s'appelle le livre de B. Franklin utilisé par Weber ?
- o Que signifie l'expression Beruf en allemand ?
- o Qu'est-ce qui caractérise le calvinisme ?
- o Quelles sont les « affinités électives » entre esprit du capitalisme et éthique protestante ?
- o Expliquer l'expression : « l'ascétisme religieux s'est échappé de sa cage »
- o En quoi la notion de Beruf renvoie-t-elle à une conception particulière du travail ?

Manuels de référence pour les 2 années (HKS et KS)

AUCUN CARACTERE OBLIGATOIRE. Utiles pour approfondir le cours. Mais de nombreuses ressources gratuites en ligne. **En gras, les fondamentaux.**

Sociologie :

Ph. Riutort, Précis de sociologie, PUF, 33 euros

LE manuel de référence pour l'hypokhâgne

+ **un dictionnaire** : Yves Alpe, Christine Dollo et Jean-Renaud Lambert, Sandrine Parayre, Lexique de sociologie, Dalloz, 2020

Economie

La bibliothèque minimale :

Un **dictionnaire est conseillé** : Alain Beitone, Antoine Cazorla, Samir Slimani et Estelle Hemdane, Dictionnaire de sciences économiques, Armand Colin, 2023

Si vous n'achetez qu'un livre qui couvre tout le programme d'économie (hors histoire de la pensée) pour travailler seul :

J. Stiglitz, principes d'économie moderne, De Boeck, 50 euros

Ou bien N. Mankiw, Principes de l'économie, De Boeck, 45 euros

Mais ces 2 manuels ne sont **pas suffisants pour le niveau des concours** les plus exigeants (notamment les ENS ou l'ENSAE)...

La bibliothèque idéale :

1/ Histoire de la pensée économique,

Boncoeur et Thouémont, Histoire des idées économiques, Circa Nathan (2 tomes, 19 euros pièce)

Ghislain Delaplace, Histoire de la pensée économique, Dunod (28 euros)

2/ Microéconomie

Le cours suffit pour l'étudiant non spécialiste. Par contre, la micro n'y est abordée que de manière graphique.

L'étudiant envisageant des études en économie devrait aborder la micro d'un point de vue mathématique (résolution de programmes de maximisation, étude de fonction d'utilité, de production...). Dans cette optique, un manuel assez complet et pas trop cher :

- F. Etnier, *Microéconomie*, PUF, 25 euros

Les + : bon rapport Qualité/prix ; niveau de formalisation correct mais didactique ; capacité à approfondir le cours.

Les - : peu d'exercices / PAS de théorie des jeux

Dans l'optique des concours (ENS, ENSAE, ENSAI), le programme est celui de la BL (donc pas trop de maths, plutôt des graphiques), par contre, il faut approfondir mon cours qui constitue une introduction. Le manuel de référence est alors au choix :

- E. Wasmer, *Principes de microéconomie*, Pearson, 41 euros
- Ou bien : Al Varian et B. Théry, introduction à la micro, De Boeck, 46 euros

3/ Macroéconomie

Blanchard et Cohen, Macroéconomie, Pearson, 45 euros

Honnêtement, manuel pour les cubes ; lisible pour l'essentiel *après* mon cours de khâgne.

4/ Politique économique

A. Benassy-Quéré, J. Pisani-Ferry..., Politique économique, De Boeck (éd. la plus récente !)

Sites utiles

Statistiques

- INSEE / INED / Eurostat / OCDE / Banque Mondiale...
- Data.gouv.fr

Académique classique (et ancien)

- Les classiques des sciences sociales : <http://classiques.uqac.ca/>
 - o Ouvrages et articles en version intégrale et libres de droits, en histoire, socio, philo...
 - Cherchez ma photo :-)

Académique contemporain

- Google scholar
 - o Un bon moteur de recherche « académique » (cf période de recherche)
- <https://halshs.archives-ouvertes.fr/>
 - o Beaucoup d'articles universitaires en libre accès
- <https://ideas.repec.org/>
 - o La meilleure bibliothèque d'économistes au monde
 - o Pour rechercher les travaux d'un économiste particulier (ex, E. Duflo ou D. Anne :-)
 - Avant d'aller sur sci-hub...
- Les portails de revues (nécessitent un accès académique = une carte d'étudiant)
 - o <https://bib.cnrs.fr/>
 - o Cairn
 - Accessible via votre identifiant NDP
 - o Jstor...
- Le raccourci vers les revues à accès réservé...
 - o <https://sci-hub.tw/>
 - Le site change régulièrement d'adresse. Bloqué en France, nécessite un vpn et une connexion venant de l'étranger

Actualité des SHS

- Liens socio : <https://www.liens-socio.org/>
 - o Nombreuses fiches de lecture d'ouvrages et d'articles récents. Une mine pour le préparatoire !
- Abonnez vous aux blogs de vos économistes / sociologues préférés

HKS – Cours de Lettres

Présentation et lectures pour l'été 2026.

Le programme de lettres en filière B/L s'articule autour de l'**acquisition d'une solide culture littéraire qui passe par la maîtrise d'œuvres issues de genres et de siècles variés**. Elle servira à mieux vous préparer aux deux épreuves des concours que sont **la dissertation littéraire**, à l'écrit, et **le commentaire linéaire de texte**, à l'oral. Vous allez l'acquérir pendant vos deux années de classes préparatoires.

A cette fin, nous commencerons l'année de HKS par un voyage à travers cinq siècles de littérature, afin de percevoir les enjeux des différents mouvements littéraires successifs. Nous vous demandons donc de lire attentivement les trois œuvres suivantes :

- **Voltaire, *Candide***

- **Balzac, *Le Colonel Chabert***

- **Jean Anouilh, *Antigone***

Ce sont des œuvres courtes, qui ont marqué leur époque et portent sur des sujets de réflexion encore très actuels. Elles font partie du patrimoine littéraire français. Peu de temps après la rentrée, vous aurez un bref **contrôle de lecture** sur ces trois œuvres.

Nous vous recommandons également de profiter de cette période estivale pour améliorer, si besoin, votre orthographe, votre conjugaison et votre grammaire, à l'aide de quelques exercices issus par exemple du *Bled* et/ou de la pratique assidue du *Bescherelle*.

Enfin, **si vous souhaitez lire davantage**, vous pouvez lire un ou plusieurs ouvrages classiques de la littérature française. A titre indicatif, vous trouverez ci-après une liste. Celle-ci n'a rien d'exhaustif ni d'obligatoire. Elle a pour seul objectif de vous guider, au gré de vos envies, de vos intérêts, de vos goûts. **La lecture est et doit rester un plaisir.**

Nous vous souhaitons de belles découvertes littéraires, et surtout de bonnes vacances.

Votre professeur de lettres.

HKS - Conseils de lecture.

Si vous le souhaitez, vous pouvez lire quelques poèmes, une pièce de théâtre, un roman..., de manière passive, ou de manière active, en prenant quelques notes sur les personnages, l'intrigue, des passages marquants du texte, des citations, quelques phrases ou quelques vers qui vous auront interpellé(e), ce qui vous permettra de vous constituer progressivement un fond de culture littéraire qui, à terme, vous sera extrêmement profitable.

Bonne lecture ! N'oubliez pas que **l'essentiel demeure dans le plaisir que vous prenez à lire.**

XVIe siècle :

- Rabelais, *Gargantua*
- Marot, *L'Adolescence clémentine*
- Ronsard, *Les Amours*
- Du Bellay, *Les Regrets*
- Montaigne, *Essais*, « Au Lecteur »

XVIIe siècle :

- La Fontaine, *Fables*
- Corneille, *Le Cid*, *Horace*, *L'Illusion comique*
- Racine, *Phèdre*, *Andromaque*, *Britannicus*, *Bérénice*
- Molière, *Dom Juan*, *Le Misanthrope*, *Les Femmes savantes*, *L'Ecole des femmes*, *Tartuffe*, *Les Fourberies de Scapin*, *L'Avare*
- Madame de la Fayette, *La Princesse de Clèves*
- La Bruyère, *Les Caractères*
- Boileau, *L'Art poétique*
- Pascal, *Les Pensées*, « La Grandeur de l'homme », « Le Roseau pensant »

XVIIIe siècle :

- Montesquieu, *Les Lettres persanes*
- Marivaux, *L'Île des esclaves*, *Le Jeu de l'Amour et du hasard*, *La Surprise de l'Amour*, *La Dispute*
- Rousseau, *Les Rêveries du promeneur solitaire*
- Voltaire, *Micromégas*, *Zadig*, *L'Ingénu*, *La Princesse de Babylone*
- Diderot, *Le Neveu de Rameau*, *La Religieuse*, *Jacques le Fataliste*
- Beaumarchais, *Le Barbier de Séville*, *Le Mariage de Figaro*, *La Mère coupable*
- Choderlos de Laclos, *Les Liaisons dangereuses*

XIXe siècle :

- Lamartine, *Les Méditations poétiques*
- Musset, *Les Nuits*, *Lorenzaccio*, *On ne badine pas avec l'Amour*
- Hugo, *Les Châtiments*, *Les Contemplations*, *La Légende des siècles*

- Hugo, *Les Misérables, Notre-Dame de Paris, L'Homme qui rit, Quatre-vingt-treize*
- Hugo, *Ruy Blas, Hernani*
- Stendhal, *Le Rouge et le noir, La Chartreuse de Parme, Vanina Vanini*
- Balzac, *Le Père Goriot, Eugénie Grandet, Le Lys dans la vallée, La Maison du chat qui pelote, La Peau de chagrin, Le Chef-d'œuvre inconnu*
- Gautier, *Emaux et camées, Mademoiselle de Maupin*
- Baudelaire, *Les Fleurs du mal*
- Flaubert, *Madame Bovary, L'Education sentimentale, Bouvard et Pécuchet*
- Maupassant, *Une vie, Bel-Ami, Pierre et Jean, Le Horla*
- Zola, *Au bonheur des Dames, La Faute de l'Abbé Mouret, Germinal, L'Assommoir*
- Huysmans, *A rebours*
- Verlaine, *Poèmes saturniens*
- Rimbaud, *Une saison en enfer*

XXe siècle :

- Charles Péguy, *Eve*
- Apollinaire, *Alcools, Les Calligrammes*
- Proust, *Du Côté de chez Swann*
- Breton, *Nadja*
- Camus, *La Peste, L'Etranger, La Chute, Caligula*
- Aragon, *Aurélien*
- Sartre, *Les Mots, La Nausée, Huis clos, Les Mouches, Le Mur*
- Beckett, *En Attendant Godot, Fin de partie*
- Ionesco, *Rhinocéros, Le Roi se meurt, La Cantatrice chauve, Les Chaises*

Un recueil de poèmes d'un des poètes suivants : Desnos, Eluard, Aragon, Ponge, Michaux, Char, Bonnefoy.

PHILOSOPHIE (HKS) : lecture d'un texte philosophique.

Consignes :

Lire le *Discours de la servitude volontaire* de La Boétie en édition G.F, présentation par Simone Goyard-Fabre, dossier par Raphaël Ehram.

Ce travail de lecture fera l'objet d'une évaluation notée à la rentrée (questions sur l'ensemble de l'œuvre et explication de texte).

Pour toute question : olivier.delannoy@ndpaixlille.fr

Si « toute histoire est contemporaine » (Benedetto Croce), car l'historien interroge toujours le passé à l'aune des préoccupations de son temps, dans la filière B/L elle l'est assurément avec au programme « La France, de 1870 au début des années 1990 » (hypokhâgne) et « Le monde de 1918 au début des années 1990 » (khâgne). Dans les deux cas, il s'agit de couvrir la question sur tous les plans : histoire politique, diplomatique, coloniale, économique, sociale, culturelle, intellectuelle... Pour bien préparer l'année prochaine, vous trouverez ci-dessous quelques objectifs à atteindre et lectures pour cet été. **Attention, une évaluation en septembre** (questions de connaissances sur le contenu) **portera spécifiquement sur l'un des ouvrages** mentionnés ci-dessous (signalé par un *).

1/ **Se procurer et commencer à parcourir l'ouvrage suivant qui servira de « manuel » de référence tout au long de l'année**, pour accompagner et compléter le cours, établir ses fiches chronologiques, consigner ses exemples chiffrés... : AGULHON Maurice, NOUSCHI André, OLIVESI Antoine, SCHOR Ralph, *La France de 1848 à nos jours*, Paris, Armand Collin, 2018 (dernière édition). On pourra lire d'ici la rentrée les premiers chapitres sur la II^e République et le II^end Empire (1848-1870), afin de ne pas démarrer à froid lors des premières séances.

2/ **Réaborder la discipline par son épistémologie** : pour bien comprendre en quoi consiste le raisonnement historique, le rapport aux sources, l'administration de la preuve dans une argumentation et disposer de quelques rudiments en historiographie, on peut lire PROST Antoine, *Douze leçons sur l'histoire*, Paris, Le Seuil, 2014 (dernière réédition). Un prérequis indispensable pour comprendre l'histoire au stade des études supérieures.

3/ **Réviser et travailler la méthodologie de la dissertation**, qui est l'exercice majeur en histoire en B/L. A cette fin, les manuels de méthode sont nombreux pour le premier cycle universitaire, ceux dédiés spécifiquement aux prépas littéraires sont plus rares mais on peut citer : MARCHANT Alexandre, *Histoire problématisée du monde contemporain XIX^e-XXI^e siècles*, Paris, Ellipses, 2025. De même, allez consulter les rapports de jury de l'épreuve d'histoire au concours des ENS B/L – Sciences sociales (<https://www.ens.psl.eu/une-formation-d-exception/admission-concours/concours-voie-cpge/concours-voie-cpge-lettres/rapports>) pour comprendre les attentes et le niveau d'exigence qui seront ceux attendus au sortir de la classe préparatoire. Car si la prépa mène à de nombreux concours où vous aurez une épreuve d'histoire (IEP, Ecoles de commerce), l'architecture de la formation repose sur la préparation des épreuves des ENS.

4/ **Commencer à réfléchir à certains enjeux du programme** : sur le plan de l'histoire politique « traditionnelle », lire obligatoirement (*) WINOCK Michel, *La Fièvre hexagonale ; les grandes crises politiques 1871-1968*, Paris, Le Seuil, 2015 (réédition). Huit études de cas sur des crises majeures de la période abordée en hypokhâgne (Commune, boulangisme, 6 février 1934, mai 1968...) avec une réflexion sur les institutions et la synthèse républicaine. Sur le plan de l'histoire des représentations et des sensibilités, lire CORBIN Alain, *Le village des cannibales*, Paris, Flammarion, 2016 (dernière édition). Une étude historique de l'imaginaire social à partir d'un sordide fait divers survenu en août 1870, au début de la guerre franco-prussienne, à l'orée de notre programme.

5/ **De manière générale, s'efforcer de développer sa culture historique de diverses manières** : en lisant la revue *L'Histoire* qui est une revue de vulgarisation historique avec de nombreux dossiers d'histoire contemporaine (<https://www.lhistoire.fr/>); en allant consulter les numéros de la *Documentation photographique* (<https://www.documentationphotographique.fr/les-numeros/>) en lien avec le programme (exemples de dossiers : « La Première Guerre mondiale, 1912-1923 », 2020 ; « Lieux et symboles de la République », 2019 ; « La France défaite, 1940-1945 », 2017...); en écoutant [en podcast] les émissions historiques de France Culture (comme « Le cours de l'histoire » <https://www.franceculture.fr/emissions/le-cours-de-lhistoire>), des podcasts d'historiens comme « Paroles d'histoire » (André Loez, <http://parolesdhistoire.fr/>) ; en regardant des documentaires historiques (série « Théma » Arte - <https://www.arte.tv/fr/videos/histoire/xxe-siecle/> - même si ces derniers se prêtent davantage au programme de KS, série documentaire « les brûlures de l'histoire » [Patrick Rotman, années 1990] : <https://www.youtube.com/playlist?list=PLPXF779xe6bRRpkzWYgrIng4C7eGMIGCb>)...

Enfin, pour se familiariser avec les articles scientifiques en histoire, il est possible de parcourir sur le portail Cairn les revues historiques *Vingtième Siècle* (rebaptisée 20 & 21), *Le mouvement social*, *Parlement(s)* ou encore *Histoire@Politique* (<https://www.cairn.info/disc-histoire.htm>), en ciblant les articles gratuits (seuls les articles les plus récents sont payants) en lien avec le programme sur la France. A travers toutes ces lectures ou écoutes dispersées, il s'agit de faire œuvre de socialisation anticipatrice : il faut apprendre à « penser comme les historiens » (souci permanent de la contextualisation, maîtrise de la chronologie, identification précise des acteurs, montée en généralité à partir de cas d'études complexes, mais aussi goût de la nuance...) puisqu'il s'agira en dissertation ou en « colle », et dans la perspective des épreuves d'histoire aux concours, de produire une réflexion historique pertinente, informée et conforme à l'horizon d'attente de la profession.

Pour toute question d'ici la rentrée : alexandre.marchant@ndpaixlille.fr. Bonnes vacances ! Alexandre MARCHANT

Bienvenue en classe préparatoire BL au lycée Notre Dame de la Paix !

ESPRIT DU PROGRAMME DE MATHÉMATIQUES DANS LA FILIÈRE BL

Extrait du site de l'APML (Association des Professeurs de Mathématiques en classes préparatoires BL) :

« Le programme de mathématiques de la filière BL ne comporte pas de notions très difficiles. La difficulté des mathématiques dans la filière BL ne vient pas du programme lui-même, mais de l'esprit du concours et du niveau d'abstraction visé. Les énoncés, écrits et oraux, posés depuis une trentaine d'années privilégient en effet systématiquement la rigueur, le raisonnement, la compréhension fine des concepts et des objets mathématiques utilisés, plutôt que l'aspect calculatoire.

C'est la raison pour laquelle le niveau d'exigence des mathématiques de BL est réputé, à juste titre, très élevé. Reasonner est plus difficile que calculer mais c'est aussi beaucoup plus intéressant et formateur. Les élèves les plus à l'aise sont donc ceux qui ont du goût pour l'abstraction, des qualités de rigueur et de précision. Les élèves qui réussissent au lycée en apprenant par cœur des techniques calculatoires sans bien les comprendre se retrouvent très rapidement en difficulté.

La maîtrise du programme de BL donne un niveau de base solide en mathématiques, comme en témoigne le fait que 18 élèves de BL intègrent chaque année l'ENSAE, et y suivent, dès la seconde année, les mêmes cours que les élèves issus de maths spé MP ou MP, et que les polytechniciens qui font l'ENSAE comme école d'application. Il va de soi que les élèves de BL qui suivent ultérieurement des cours d'économie (dans une ENS ou à l'université) n'y éprouvent pas de difficultés en mathématiques ».*

La filière BL est indissolublement littéraire, linguistique et scientifique. Pour réussir les concours, il est essentiel d'obtenir des résultats homogènes dans toutes les disciplines. Il n'est donc pas possible, dans le courant de l'année, de travailler les mathématiques de manière excessive, toutes les disciplines devant être travaillées à part égale.

C'est pourquoi, il est essentiel de combler vos lacunes pendant l'été, de manière à aborder la première année de manière sereine.

Les devoirs de vacances qui suivent portent essentiellement sur des révisions du collège et de la classe de 2nde. Les quatre séquences doivent être travaillées de **manière approfondie**. Elles feront l'objet d'une évaluation lors de la 1^{ère} semaine (cours + exercices).

Ces devoirs de vacances doivent être effectués tout au long de l'été et ne doivent surtout pas être concentrés sur la dernière semaine.

Fabien POREE
Professeur de mathématiques en 1^{ère} année BL

I- Ensembles de nombres

1/ Définitions

- L'ensemble des **nombre entiers naturels** est l'ensemble des entiers positifs (ou nuls). Il est noté \mathbb{N} .
 $\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; 4; \dots\}$.
Tout entier naturel possède un successeur et tout entier naturel différent de 0 possède un prédécesseur.
L'absence d'élément de \mathbb{N} dont la somme avec 1, ou 2, ... donne 0 conduit à la construction de \mathbb{Z} .
- L'ensemble des **nombre entiers relatifs** est l'ensemble des entiers positifs, négatifs (ou nuls). Il est noté \mathbb{Z} .
 $\mathbb{Z} = \{\dots; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; \dots\}$.
On adjoint leurs opposés aux éléments de \mathbb{N} .
Définition de deux nombres opposés : Dire que deux nombres sont opposés signifie que leur somme est égale à 0.
Il s'agit d'une opération de symétrisation (par rapport à l'addition) afin de pouvoir résoudre toute équation du type $x + a = b$ où a et b sont des entiers relatifs.
Tout entier relatif possède un successeur et un prédécesseur.
- L'ensemble des **décimaux relatifs** est l'ensemble des nombres qui peuvent s'écrire sous la forme $\frac{a}{10^n}$ avec $a \in \mathbb{Z}$ et $n \in \mathbb{N}$. Il est noté \mathbb{D} .
Un nombre décimal est un nombre qui peut s'écrire avec un nombre fini de chiffres dans son écriture décimale.
- L'ensemble des **nombre rationnels** est l'ensemble des nombres qui peuvent s'écrire sous la forme $\frac{a}{b}$ avec $a \in \mathbb{Z}$ et $b \in \mathbb{N}^*$. Il est noté \mathbb{Q} .
Il s'agit d'une opération de symétrisation (mais par rapport à la multiplication) afin de pouvoir résoudre toute équation du type $ax = b$ où a est un entier relatif non nul et b un entier relatif. Pour résoudre cette équation, on est amené à multiplier chacun de ses membres par $\frac{1}{a}$ qui est l'inverse de a .
Définition de deux nombres inverses : Dire que deux nombres sont inverses l'un de l'autre signifie que leur produit est égal à 1.
Un nombre rationnel est en fait un nombre dont le développement décimal est périodique à partir d'un certain rang.

- Cette définition ouvre une interrogation : peut-on donner un sens à la notion de développement décimal non périodique ? Cette interrogation va de pair avec l'insuffisance de l'ensemble \mathbb{Q} pour résoudre par exemple l'équation $x^2 = 2$. Les mathématiciens ont construit l'ensemble \mathbb{R} des **nombre réels** pour combler ces lacunes.

On appelle **nombre irrationnel** un nombre qui n'est pas rationnel. Ils ne peuvent pas s'écrire sous la forme d'une fraction.

L'ensemble des **nombre réels** est l'ensemble des nombres rationnels et irrationnels. Il est noté \mathbb{R} .

On a : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.

II- Intervalles de \mathbb{R}

On commencera par rappeler que l'on représente géométriquement \mathbb{R} par un axe muni d'un repère (O, I) .

Définition

Un intervalle I est une partie de \mathbb{R} qui vérifie :

$$\forall (a; b) \in I^2, \forall x \in \mathbb{R}, (a \leq x \leq b) \Rightarrow (x \in I)$$

Autrement dit, une partie I de \mathbb{R} est un intervalle si, dès qu'elle contient deux réels, elle contient tous les réels « intermédiaires ».

En somme, un intervalle est caractérisé par une absence de « trous ».

Les intervalles de \mathbb{R} sont tous d'une des formes suivantes :

Intervalles bornés de \mathbb{R}

$$]a; b[= \{x \in \mathbb{R} / a < x < b\} \text{ (intervalle ouvert)}$$

$$]a; b] = \{x \in \mathbb{R} / a < x \leq b\} \text{ (intervalle semi-ouvert à gauche)}$$

$$[a; b[= \{x \in \mathbb{R} / a \leq x < b\} \text{ (intervalle semi-ouvert à droite)}$$

$$[a; b] = \{x \in \mathbb{R} / a \leq x \leq b\} \text{ (intervalle fermé = segment)}$$

Intervalles non bornés de \mathbb{R}

$$]-\infty; a[= \{x \in \mathbb{R} / x < a\} \text{ (intervalle ouvert)}$$

$$]-\infty; a] = \{x \in \mathbb{R} / x \leq a\} \text{ (intervalle semi-ouvert à gauche)}$$

$$]a; +\infty[= \{x \in \mathbb{R} / x > a\} \text{ (intervalle ouvert)}$$

$$[a; +\infty[= \{x \in \mathbb{R} / x \geq a\} \text{ (intervalle semi-ouvert à droite)}$$

$$]-\infty; +\infty[= \mathbb{R} \text{ (intervalle ouvert)}$$

III- Valeur absolue d'un nombre réel

1/ Notion de valeur absolue d'un nombre réel

Définition

Soit x un nombre réel.

La valeur absolue du nombre réel x est le nombre réel noté $|x|$ et défini par :

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

Exercice

$$|0| = \quad \left| \frac{3}{2} \right| = \quad |-\sqrt{2}| = \quad |\pi - 5| =$$

2/ Interprétation : distance entre deux réels

Soient A et B deux points de l'axe des réels d'abscisses respectives a et b .

La distance entre les réels a et b est la distance, sur l'axe des réels, entre les points A et B d'abscisses a et b . On la note parfois : $d(a; b)$.

Elle se calcule à l'aide de la valeur absolue, notée $| \cdot |$. On écrit : $AB = |b - a|$.

Par analogie, si M désigne un point quelconque d'abscisse x et si O est l'origine du repère (c'est-à-dire le point d'abscisse 0), alors on a $OM = |x - 0|$ soit $OM = |x|$.

3/ Propriétés fondamentales

Propriétés

$$P1 : \forall x \in \mathbb{R}, |x| \geq 0.$$

Autrement dit, une valeur absolue est toujours positive.

$$P2 : \forall x \in \mathbb{R}, |x| = |-x|.$$

Autrement dit, deux nombres opposés ont la même valeur absolue.

$$P3 : \forall x \in \mathbb{R}, \forall a \in \mathbb{R}_+, (|x| = a) \Leftrightarrow ((x = a) \vee (x = -a)).$$

$$\text{En particulier on a : } (|x| = 0) \Leftrightarrow (x = 0).$$

ATTENTION : on notera que si $a < 0$, alors l'équation $|x| = a$ n'admet aucune solution.

$$P4 : \forall (x; y) \in \mathbb{R}^2, (|x| = |y|) \Leftrightarrow ((x = y) \vee (x = -y)).$$

Autrement dit, deux nombres réels ont la même valeur absolue, si, et seulement si, ils sont égaux ou opposés.

IV- Calculs avec les fractions

1/ Fraction irréductible

Définition

Dire qu'une fraction est irréductible signifie que son numérateur et son dénominateur n'ont aucun diviseur commun autre que 1.

Exercice : écrire la fraction $\frac{156}{390}$ sous forme irréductible.

2/ Règles de calculs

Propriétés

Soient a, b, c et d des nombres entiers relatifs.

Pour ajouter ou soustraire

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b} \quad (b \neq 0) \qquad \frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b} \quad (b \neq 0)$$

N.B. : pour ajouter ou soustraire deux fractions, il faut commencer par les réduire au même dénominateur.

Pour multiplier

$$a \times \frac{c}{b} = \frac{a \times c}{b} \quad (b \neq 0)$$
$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d} \quad (b \neq 0, d \neq 0)$$

Pour diviser

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} \quad (b \neq 0, c \neq 0, d \neq 0)$$

3/ Exercice

Effectuer les calculs et donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

$$A = \frac{3 - \frac{7}{5}}{1 - \frac{3}{2} \times \frac{3}{5}}$$

$$B = \frac{3}{\left(1 - \frac{1}{5}\right)\left(1 - \frac{2}{5}\right)\left(1 - \frac{3}{5}\right)} \times \frac{6}{5}$$

$$C = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{3}{4} - 1}}}$$

V- Calculs avec des puissances

1/ Définition

Définition

Puissance avec exposant positif

$$\forall a \in \mathbb{R}^+, a^0 = 1.$$

Convention : 0^0 n'a pas de signification.

$$\forall a \in \mathbb{R}, a^1 = a$$

$$\forall a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}, a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ fois le facteur } a}$$

Puissance avec exposant négatif

$$\forall a \in \mathbb{R}^+, \forall n \in \mathbb{N}^*, a^{-n} = \frac{1}{a^n}.$$

2/ Règles de calculs

Propriétés

a et b désignent des réels non nuls, m et n des entiers relatifs.

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$(ab)^n = a^n \times b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

ATTENTION : il n'existe pas de règle de calcul sur l'addition de deux puissances.

3/ Exercices

Exercice 1 : écrire sous forme de puissance de 2.

$$A = \frac{(2^3)^{-1} \times 10^3}{2^{-4} \times 5^3}$$

$$B = 2^{10} \times \frac{1}{2^8} \times \frac{2^{-3}}{2^{-4}}$$

Exercice 2 : écrire sous forme de puissance de 8.

$$C = \frac{(8^5)^{-3}}{4^3 \times 2^3}$$

$$D = \frac{64^7}{8^7} \times \frac{1}{8^{-3}}$$

VI- Calculs avec des racines carrées

1/ Racine carrée d'un réel positif

Définition

a désigne un nombre réel positif.

La racine carrée de a , notée \sqrt{a} , est le nombre **positif (ou nul)** dont le carré est égal à a .

On a : $\sqrt{a} \geq 0$ et $(\sqrt{a})^2 = a$.

Terminologie

$\sqrt{\quad}$ s'appelle le **radical** et a le **radicande**.

2/ Lien entre racine carrée et valeur absolue

Propriété

$$\forall x \in \mathbb{R}, \sqrt{x^2} = |x|$$

Exercice

$$\sqrt{3^2} = \quad \quad \quad \sqrt{(-3)^2} =$$

Remarque

L'écriture $\sqrt{x^2}$ a un sens quel que soit le réel x (i.e. positif ou négatif).

ATTENTION : l'écriture $(\sqrt{x})^2$ n'a de sens que si le réel x est positif (ou nul).

L'égalité $\sqrt{x^2} = (\sqrt{x})^2$ a lieu dans le cas où x est un réel positif (ou nul).

3/ Règles de calculs

Propriétés

a et b désignent deux nombres réels positifs.

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} \quad (b \neq 0)$$

ATTENTION : il n'existe pas de règle pour additionner ou soustraire des racines carrées.

a et b désignant deux nombres réels positifs, on a : $\sqrt{a} + \sqrt{b} \geq \sqrt{a+b}$.

4/ Exercices

Exercice 1 : écrire sous la forme $a\sqrt{b}$, $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{N}$ avec b le plus petit possible.

$$A = -3\sqrt{567} + 5\sqrt{252} - 4\sqrt{700}$$

Exercice 2 : écrire les fractions suivantes sans radical au dénominateur.

$$A = \frac{2}{\sqrt{2}}$$

$$B = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}-1}$$

$$C = \frac{1+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$$

Exercice 3

Développer l'expression $(1 - \sqrt{2})^2$ et en déduire l'écriture avec une seule racine carrée de l'expression $A = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$.

1/ Propriétés

Propriétés

P1 : Toute droite Δ du plan **parallèle à l'axe des ordonnées** a une équation qui peut s'écrire sous la forme $x = k$ où k est un nombre réel.

P2 : Toute droite Δ du plan **non parallèle à l'axe des ordonnées** a une équation qui peut s'écrire sous la forme $y = mx + p$ où m et p sont des nombres réels. Cette équation, appelée **équation réduite**, est unique.

Cas particulier : si $m = 0$, alors la droite est parallèle à l'axe des abscisses.

2/ Terminologie

Le réel m est appelé **coefficient directeur** (ou **pente**) de la droite et le réel p l'**ordonnée à l'origine**.

Remarque : la droite Δ d'équation réduite $y = mx + p$ coupe l'axe des abscisses au point de coordonnées $(0; p)$.

3/ Propriété

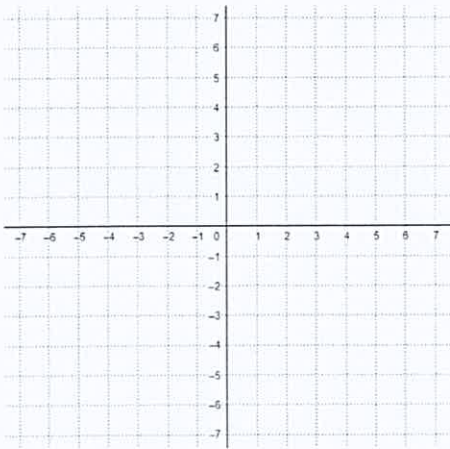
Propriétés

Soit Δ la droite d'équation réduite $y = mx + p$.

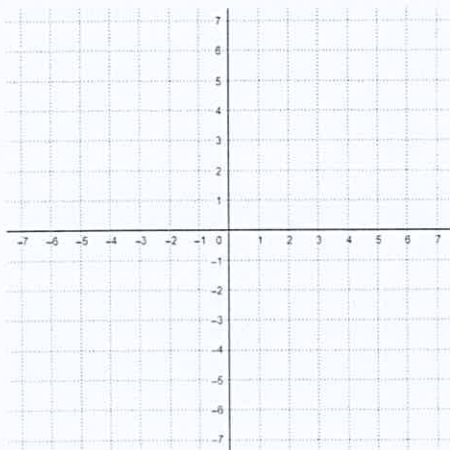
Si les points $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ sont deux points distincts de Δ , alors le coefficient directeur de la droite Δ est : $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$.

4/ Exercice

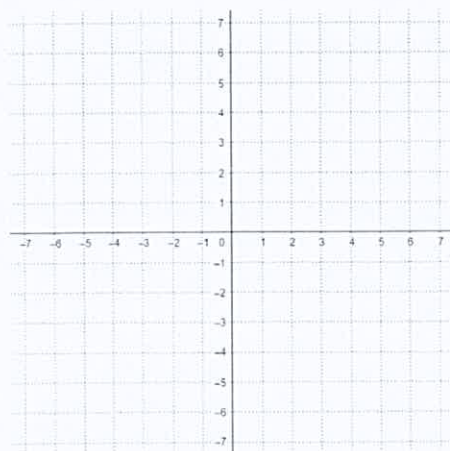
Représenter graphiquement la droite Δ d'équation $x = 4$.



Représenter graphiquement la droite Δ d'équation $y = 2$.



Représenter graphiquement la droite Δ d'équation cartésienne $-8x - 2y + 6 = 0$.



I- Notion de fonction

1/ Fonction

Définition

Dire que f est une fonction d'un ensemble de départ E dans un ensemble d'arrivée F signifie que tout élément de l'ensemble de départ E possède au plus une image dans l'ensemble d'arrivée F .

2/ Ensemble de définition d'une fonction

Définition

Soit f est une fonction définie d'un ensemble de départ E dans un ensemble d'arrivée F . On appelle ensemble de définition de la fonction f le sous-ensemble de l'ensemble de départ E dont les éléments possèdent une image et une seule dans l'ensemble d'arrivée F .

Méthodologie

Pour déterminer l'ensemble de définition d'une fonction, il faut identifier les valeurs de la variable qui admettent une image et une seule par cette fonction.

On recherche un ensemble de définition dans les cas suivants :

- Fractions : le dénominateur d'une fraction ne doit jamais être égal à zéro.
- Racines carrées : le radicande doit être positif (ou nul).
- Logarithme : l'argument d'un logarithme doit être strictement positif.

Exercice

Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

$$1/ f: x \mapsto \frac{-3}{(-x+3)^2}.$$

$$2/ g: x \mapsto \sqrt{2x + 4}.$$

$$3/ f: x \mapsto \ln(-x^2 + 3x - 2).$$

II- Parité d'une fonction

1/ Fonction paire

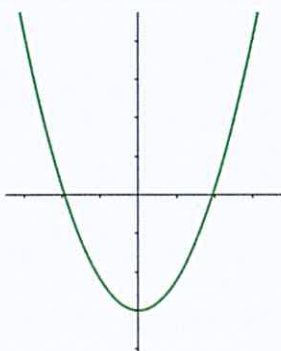
Définition

Dire que la fonction f est paire signifie que :

1/ $\forall x \in \mathcal{D}_f, -x \in \mathcal{D}_f.$

2/ $\forall x \in \mathcal{D}_f, f(-x) = f(x).$

Conséquences



- La courbe \mathcal{C}_f représentative de la fonction f est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.
- On peut étudier la fonction f sur un intervalle restreint.

2/ Fonction impaire

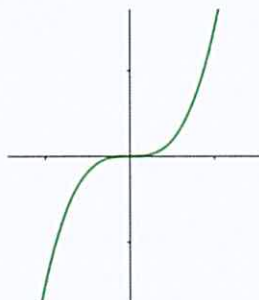
Définition

Dire que la fonction f est impaire signifie que :

1/ $\forall x \in \mathcal{D}_f, -x \in \mathcal{D}_f.$

2/ $\forall x \in \mathcal{D}_f, f(-x) = -f(x).$

Conséquences



- La courbe \mathcal{C}_f représentative de la fonction f est symétrique par rapport à l'origine du repère.
- On peut étudier la fonction f sur un intervalle restreint.

Exercice

Etudier la parité des fonctions suivantes :

1/ $f: x \mapsto \ln|x|$.

2/ $g: x \mapsto \frac{e^x-1}{e^x+1}$.

III- Variations d'une fonction

1/ Définition

Définition

Soit I un intervalle contenant les réels a et b .

Dire que la fonction f est strictement croissante sur l'intervalle I signifie que :

$$\forall (a; b) \in I^2, (a < b) \Rightarrow (f(a) < f(b))$$

Dire que la fonction f est croissante sur l'intervalle I signifie que :

$$\forall (a; b) \in I^2, (a < b) \Rightarrow (f(a) \leq f(b))$$

Dire que la fonction f est strictement décroissante sur l'intervalle I signifie que :

$$\forall (a; b) \in I^2, (a < b) \Rightarrow (f(a) > f(b))$$

Dire que la fonction f est décroissante sur l'intervalle I signifie que :

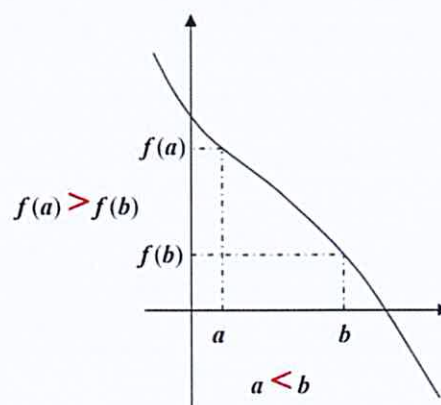
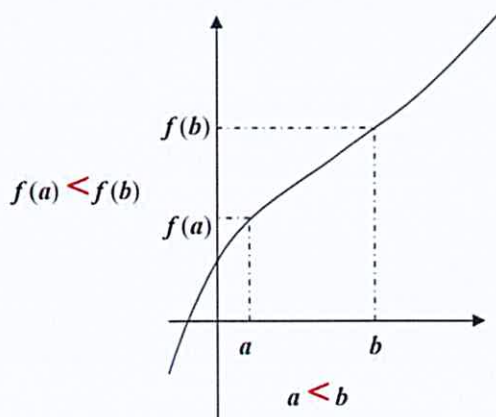
$$\forall (a; b) \in I^2, (a < b) \Rightarrow (f(a) \geq f(b))$$

2/ Remarques

Remarque 1

Dire que la fonction f est (strictement) croissante sur l'intervalle I signifie qu'antécédents et images sont rangés dans le même ordre.

Dire que la fonction f est (strictement) décroissante sur l'intervalle I signifie qu'antécédents et images sont rangés dans l'ordre contraire.



Remarque 2

Dans le cas d'une fonction monotone (croissante ou décroissante), la courbe représentative peut présenter un « palier ».

Remarque 3

Notons que la stricte monotonie d'une fonction implique sa monotonie au sens large. La réciproque est fausse.

IV- Fonctions de référence

1/ Fonction affine

Définition

Une fonction affine est une fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = ax + b$ où a et b désignent deux nombres réels donnés.

Représentation graphique

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé, la représentation graphique d'une fonction affine est une droite qui coupe l'axe des ordonnées au point de coordonnées $(0; b)$ et de coefficient directeur (pente) a .

Cas particuliers

- La fonction $x \mapsto ax$ (ici, $b = 0$) est une fonction affine particulière appelée **fonction linéaire**.
- La fonction $x \mapsto b$ (ici, $a = 0$) est une fonction affine particulière appelée **fonction constante**.

Compléter les tableaux de variation de la fonction $f: x \mapsto ax + b$ et du signe de $f(x) = ax + b$

$$a > 0$$

x	$-\infty$	$+\infty$
Variations de la fonction $f: x \mapsto f(x)$		
Signe de $f(x) = ax + b$		

$$a < 0$$

x	$-\infty$	$+\infty$
Variations de la fonction $f: x \mapsto f(x)$		
Signe de $f(x) = ax + b$		

2/ Fonction valeur absolue

Définition

La fonction valeur absolue est la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = |x|$.

$$\begin{aligned} f: \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R}_+ \\ x &\mapsto |x| \end{aligned}$$

Parité / Propriété

La fonction valeur absolue est paire.

Représentation graphique

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé, la représentation graphique de la fonction valeur absolue est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

Dérivabilité / Propriété

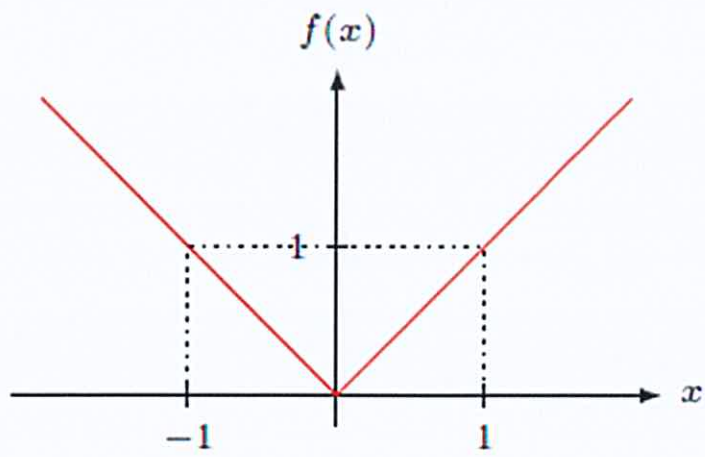
La fonction valeur absolue n'est pas dérivable en 0.

Conséquence graphique

En l'origine, la courbe représentative de la fonction valeur absolue présente deux demi-tangentes de pentes respectives -1 et 1.

Compléter le tableau de variation de la fonction $f: x \mapsto |x|$ et du signe de $f(x) = |x|$

x	$-\infty$	$+\infty$
Signe de $f'(x)$		
Variations de la fonction $f: x \mapsto x $		
Signe de $f(x) = x $		



3/ Fonction carré

Définition

La fonction carré est la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2$.

$$\begin{aligned} f: \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R}_+ \\ x &\mapsto x^2 \end{aligned}$$

Parité / Propriété

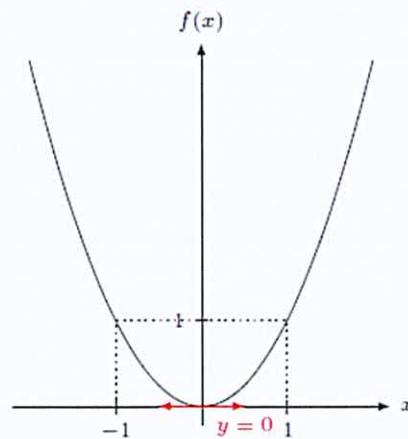
La fonction carré est paire.

Représentation graphique

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé, la représentation graphique d'une fonction affine est une parabole, symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

Compléter le tableau de variation de la fonction $f: x \mapsto x^2$ et du signe de $f(x) = x^2$

x	$-\infty$	$+\infty$
Variations de la fonction $f: x \mapsto x^2$		
Signe de $f(x) = x^2$		



4/ Fonction racine carrée

Définition

La fonction racine carrée est la fonction définie sur \mathbb{R}_+ par $f(x) = \sqrt{x}$.

$$\begin{aligned} f: \mathbb{R}_+ &\rightarrow \mathbb{R}_+ \\ x &\mapsto \sqrt{x} \end{aligned}$$

Dérivabilité - Dérivée / Propriété

La fonction racine carrée est dérivable sur \mathbb{R}_+^* .

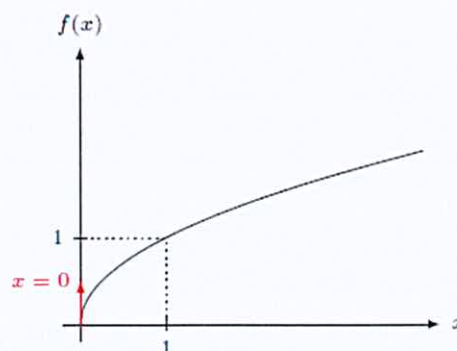
$$\forall x \in \mathbb{R}_+^*, f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

Conséquence graphique

Comme la fonction racine carrée n'est pas dérivable en 0, en l'origine, la courbe représentative de la fonction racine carrée présente une demi-tangente verticale orientée vers le haut.

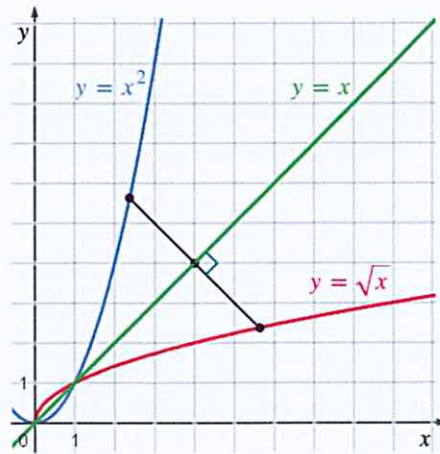
Compléter le tableau de variation de la fonction $f: x \mapsto \sqrt{x}$ et du signe de $f(x) = \sqrt{x}$

x	0	$+\infty$
Signe de $f'(x)$		
Variations de la fonction $f: x \mapsto \sqrt{x}$		
Signe de $f(x) = \sqrt{x}$		



Remarque

- Les fonctions carré et racines carrée sont réciproques l'une de l'autre sur \mathbb{R}_+ . Leurs courbes représentatives sont symétriques par rapport à la 1^{ère} bissectrice du repère d'équation $y = x$.



5/ Fonction cube

Définition

La fonction cube est la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^3$.

$$\begin{aligned} f: \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\mapsto x^3 \end{aligned}$$

Parité / Propriété

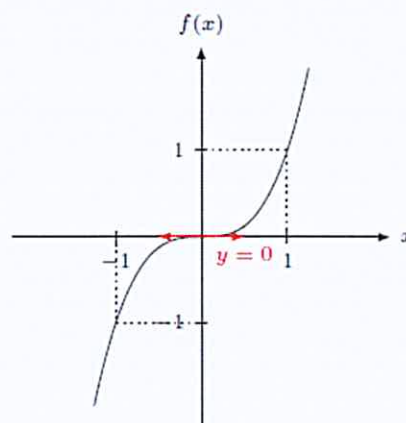
La fonction cube est impaire.

Représentation graphique

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé, la représentation graphique d'une fonction affine est symétrique par rapport à l'origine du repère.

Compléter le tableau de variation de la fonction $f: x \mapsto x^3$ et du signe de $f(x) = x^3$

x	$-\infty$	$+\infty$
Variations de la fonction $f: x \mapsto x^3$		
Signe de $f(x) = x^3$		



Remarque

Comme $f''(x)=0$, en l'origine, la courbe représentative de la fonction cube traverse sa tangente.

6/ Fonction inverse

Définition

La fonction inverse est la fonction définie sur \mathbb{R}^* par $f(x) = \frac{1}{x}$.

$$f: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}^*$$
$$x \mapsto \frac{1}{x}$$

Parité / Propriété

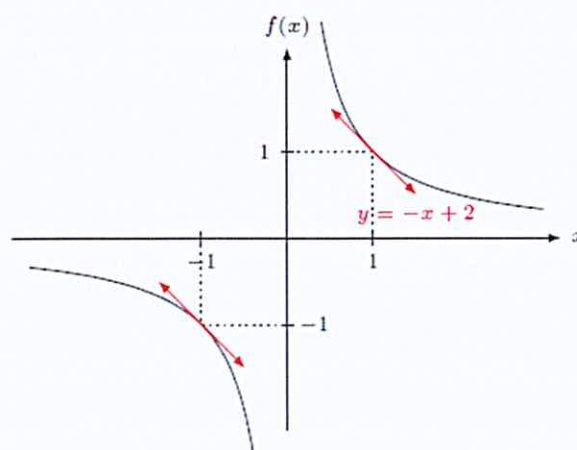
La fonction inverse est impaire.

Représentation graphique

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé, la représentation graphique de la fonction inverse est symétrique par rapport à l'origine du repère.

Compléter le tableau de variation de la fonction $f: x \mapsto \frac{1}{x}$ et du signe de $f(x) = \frac{1}{x}$

x	$-\infty$	$+\infty$
Variations de la fonction $f: x \mapsto \frac{1}{x}$		
Signe de $f(x) = \frac{1}{x}$		



Remarque

Ne dites jamais « la fonction inverse $x \mapsto \frac{1}{x}$ est strictement décroissante sur son ensemble de définition $\mathbb{R}^* =]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$ », ce qui est faux.

En effet, on a $-2 < 3$. On a aussi $-\frac{1}{2} < \frac{1}{3}$. En fait, la fonction inverse est strictement décroissante sur l'intervalle $] -\infty; 0[$ et strictement décroissante sur l'intervalle $]0; +\infty[$.

7/ Fonction logarithme népérien

Définition

On appelle logarithme népérien d'un réel strictement positif a , l'unique solution de l'équation $e^x = a$. On la note $\ln(a)$.

La fonction logarithme népérien, notée \ln est définie par :

$$\begin{aligned} \ln: \mathbb{R}_+^* &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\mapsto \ln(x) \end{aligned}$$

Dérivée / Propriété

La fonction logarithme est dérivable sur \mathbb{R}_+^* .

$$\ln(x) \rightsquigarrow \frac{1}{x}$$

a pour dérivée

Propriétés immédiates, relation fondamentale et règles de calculs

$$\ln(1) = 0 \text{ et } \ln(e) = 1.$$

Pour tous réels a et b strictement positifs :

$$\ln(a \times b) = \ln(a) + \ln(b)$$

$$\ln\left(\frac{1}{a}\right) = -\ln(a)$$

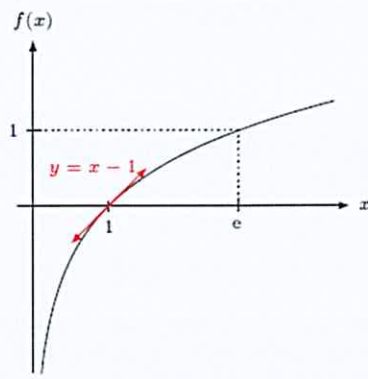
$$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$$

$$\ln(\sqrt{a}) = \frac{1}{2} \ln(a)$$

$$\ln(a^n) = n \ln(a) \text{ où } n \in \mathbb{Z}$$

Compléter le tableau de variation de la fonction $f: x \mapsto \ln(x)$ et du signe de $f(x) = \ln(x)$

x	0	$+\infty$
Variations de la fonction $f: x \mapsto \ln(x)$		
Signe de $f(x) = \ln(x)$		



8/ Fonction exponentielle de base e

Définition

La fonction exponentielle de base e , notée \exp , est la fonction définie par :

$$\begin{aligned} \exp: \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R}_+^* \\ x &\mapsto y = \exp(x) \text{ tel que } \ln(y) = x \end{aligned}$$

Dérivée / Propriété

La fonction exponentielle est dérivable sur \mathbb{R} .

$$e^x \rightsquigarrow e^x$$

a pour dérivée

Propriétés immédiates, relation fondamentale et règles de calculs

$$\forall x \in \mathbb{R}, e^x > 0$$

$$e^0 = 1 \text{ et } e^1 = e$$

$$\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2, e^{x+y} = e^x \times e^y$$

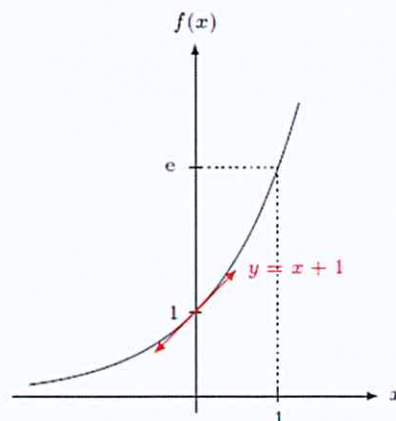
$$\forall x \in \mathbb{R}, \forall n \in \mathbb{Z}, (e^x)^n = e^{nx}$$

$$\forall x \in \mathbb{R}, \frac{1}{e^x} = e^{-x}$$

$$\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2, \frac{e^x}{e^y} = e^{x-y}$$

Compléter le tableau de variation de la fonction $f: x \mapsto e^x$ et du signe de $f(x) = e^x$

x	$-\infty$	$+\infty$
Variations de la fonction $f: x \mapsto e^x$		
Signe de $f(x) = e^x$		



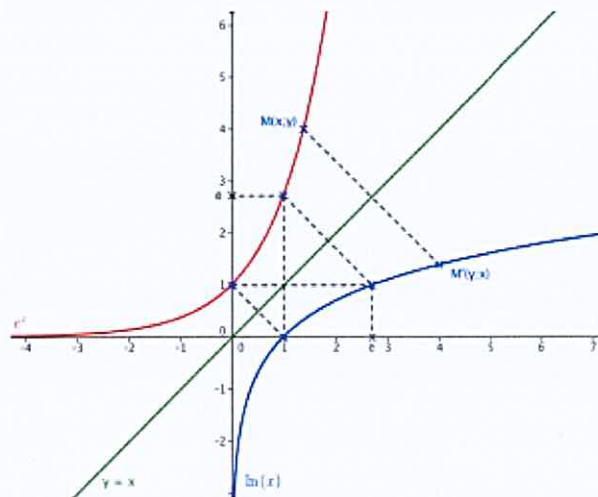
Remarque

Les fonctions exponentielle et logarithme népérien sont réciproques l'une de l'autre. Leurs courbes représentatives sont symétriques par rapport à la 1^{ère} bissectrice du repère d'équation $y = x$.

En particulier :

$$\forall x \in \mathbb{R}, \ln(e^x) = x$$

$$\forall x \in \mathbb{R}_+, e^{\ln(x)} = x$$



I- Généralités sur les suites

1/ Principe d'indexation d'une suite de nombres

Liste ordonnée de nombres	14	-5	$\sqrt{3}$	2	$-\frac{1}{3}$...
Liste d'index « numérotant » les éléments de la liste	0	1	2	3	4	...

2/ Notion de suite numérique réelle

Définition

Une suite numérique réelle est une application de \mathbb{N} , privé éventuellement d'un nombre fini d'éléments, dans \mathbb{R} .

On a en fait :

$$u : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R} \text{ ou encore } u : \llbracket n_0; +\infty \llbracket \rightarrow \mathbb{R}$$

$$n \mapsto u_n \qquad \qquad \qquad n \mapsto u_n$$

Notation / Terminologie

- Si u désigne cette application, alors à chaque entier n , on associe par u un nombre réel noté u_n et non $u(n)$ comme pour les fonctions.
- u_n s'appelle le terme général de la suite ; $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ou plus simplement (u_n) désigne la suite elle-même.
- L'ensemble des suites numériques réelles est noté $\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$.

Processus de construction d'une suite

Liste ordonnée de nombres	14	-5	$\sqrt{3}$	2	$-\frac{1}{3}$...
Liste d'index « numérotant » les éléments de la liste	0	1	2	3	4	...

Construction de la suite (u_n) $u_0 = 14$ $u_1 = -5$ $u_2 = \sqrt{3}$ $u_3 = 2$ $u_4 = -\frac{1}{3}$

3/ Modes de génération d'une suite

Définition (suite définie explicitement)

Dire qu'une suite (u_n) est définie explicitement signifie que l'on peut calculer n'importe quel terme de la suite directement en fonction de n .

On donne en fait l'expression du terme général u_n en fonction de n .

Exercice

On considère la suite (u_n) définie par : $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = \frac{2n+1}{n+5}$.

Calculer u_0 , u_1 et u_2 .

Définition (suite définie par récurrence)

Dire qu'une suite (u_n) est définie par récurrence signifie qu'elle est définie par la donnée de son premier terme et d'une relation qui permet de calculer un terme à partir du terme précédent.

On donne en fait l'expression de u_{n+1} en fonction de u_n .

Exercice

On considère la suite (v_n) définie par : $\begin{cases} v_0 = 3 \\ \forall n \in \mathbb{N}, v_{n+1} = 2v_n - 5n \end{cases}$

Calculer v_1 et v_2 .

3/ Représentation graphique d'une suite

Exercice

Représenter graphiquement les trois premiers termes de la suite (u_n) définie précédemment.

Représentation unidimensionnelle

Représentation bidimensionnelle

Exercice

Représenter graphiquement :

- la fonction carrée $f: x \mapsto x^2$;
- la suite (u_n) définie par $u: n \mapsto n^2$.

II- Suites récurrentes particulières

1/ Suites arithmétiques

Définition

Dire qu'une suite (u_n) est arithmétique signifie qu'il existe un réel r , appelé raison de la suite, tel que pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = u_n + r$.

Remarque

r est constant, c'est-à-dire indépendant de n .

Propriété (Ecriture explicite du terme général d'une suite arithmétique)

On considère une suite arithmétique (u_n) de raison $r \in \mathbb{R}$.

Si le 1^{er} terme de la suite est $u_0 : \forall n \in \mathbb{N}, u_n = u_0 + nr$.

Si le 1^{er} terme de la suite est $u_1 : \forall n \in \mathbb{N}^*, u_n = u_1 + (n - 1)r$.

Si le 1^{er} terme de la suite est $u_p : \forall p \in \mathbb{N}, \forall n \in \llbracket p; +\infty \llbracket, u_n = u_p + (n - p)r$.

Propriété (Sommes des termes d'une suite arithmétique)

On considère une suite arithmétique (u_n) de raison $r \in \mathbb{R}$.

$$\sum_{k=0}^n u_k = \frac{(n+1)(u_0 + u_n)}{2}$$

2/ Suites géométriques

Définition

Dire qu'une suite (u_n) est géométrique signifie qu'il existe un réel q , appelé raison de la suite, tel que pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = qu_n$.

Remarque

q est constant, c'est-à-dire indépendant de n .

Propriété (Ecriture explicite du terme général d'une suite géométrique)

On considère une suite géométrique (u_n) de raison $q \in \mathbb{R}$.

Si le 1^{er} terme de la suite est u_0 : $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = u_0 \times q^n$.

Si le 1^{er} terme de la suite est u_1 : $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n = u_1 \times q^{n-1}$.

Si le 1^{er} terme de la suite est u_p : $\forall p \in \mathbb{N}, \forall n \in \llbracket p; +\infty \llbracket, u_n = u_p \times q^{n-p}$.

Propriété (Sommes des termes d'une suite géométrique)

On considère une suite géométrique (u_n) de raison q .

1^{er} cas : $q \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

$$\sum_{k=0}^n q^k = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$

2^{ème} cas : $q = 1$

$$\sum_{k=0}^n q^k = n + 1$$

Propriété (Convergence de la suite (q^n))

Si $|q| < 1$, alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 0$.

Si $q = 1$, alors la suite (q^n) est constante égale à 1 et donc elle converge vers 1.

Si $q > 1$, alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = +\infty$.

Si $q = -1$, alors la suite (q^n) prend alternativement les valeurs 1 et -1 . Elle diverge et est bornée.

Si $q < -1$, alors la suite (q^n) diverge et n'est pas bornée (ni majorée, ni minorée).

3/ Exercices

Exercice 1

On considère la suite (u_n) définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = 3u_n + 3^n \end{cases}$$

On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par : $v_n = \frac{u_n}{3^n}$.

1/ Démontrer que la suite (v_n) est une suite arithmétique.

2/ En déduire l'expression de u_n en fonction de n .

Exercice 2

On considère la suite (u_n) définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \frac{3u_n + 1}{2u_n + 4} \end{cases}$$

On admet que pour tout entier naturel n , $u_n \in \mathbb{R}_+$.

On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par : $v_n = \frac{2u_n - 1}{u_n + 1}$.

1/ Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique.

2/ En déduire l'expression de u_n en fonction de n .

L'anglais en hypokhâgne B/L

L'enseignement de l'anglais qui vous sera proposé en classes préparatoires sera autre de celui que vous avez connu au lycée car l'objectif en est bien différent. En effet, vous allez étudier l'anglais dans la perspective des concours d'entrée aux Grandes Écoles, et non plus dans celle d'un examen.

La pratique des activités langagières fera toujours l'objet d'un travail soutenu, puisque le niveau à atteindre est désormais C1/C1+. La construction des compétences nécessaires en anglais intégrera donc des savoirs disciplinaires universitaires variés en langue : grammaire, enrichissement lexical, phonologie, mais également de solides notions de civilisation du Royaume-Uni et des États-Unis. Vous acquerrez aussi des savoir-faire méthodologiques indispensables à la préparation des concours en travaillant la compréhension fine de documents historiques et/ou issus de la presse récente, leur contextualisation, l'analyse explicite et implicite du sens, la problématisation, l'argumentation et bien sûr la rédaction afin de pouvoir réaliser les divers exercices demandés aux concours. Ils se déclinent sous différentes formes selon les écoles : traduction (versions et thèmes), expression écrite et orale, compréhension orale et commentaire oral de civilisation.

Pour les optionnaires, un entraînement progressif sera dédié à l'analyse et au commentaire de quatre à six textes formant un dossier thématique diachronique. L'étude de la civilisation britannique et américaine vous permettra de développer une connaissance plus fine des aires étudiées. En deuxième année, vous devrez composer au concours de l'E.N.S. une dissertation en anglais visant à présenter une synthèse de documents de civilisation issus à la fois du domaine britannique et américain.

Vous l'aurez remarqué, le programme sera dense mais quel que soit votre parcours, le plaisir d'apprendre, une bonne organisation, ainsi qu'un investissement régulier vous permettront de dépasser les éventuelles difficultés afin de réussir votre hypokhâgne.

Travail à effectuer pendant l'été pour les 3 cours HKS Saclay,

HKS Oral de presse et HKS Option.

1/ Revoir et bien maîtriser le lexique et la grammaire étudiés en 1ère et Terminale et éventuellement travailler la grammaire en autonomie. Manuel conseillé:

- ⇒ **Raymond Murphy, *English grammar in Use, Book with Answers*: A Self-Study Reference and Practice Book for Intermediate Learners of English, Cambridge University Press, January 2019, 5th Edition. ISBN-13: 978-1108457651.**

Voici une liste indicative des points de grammaire à maîtriser obligatoirement avant la rentrée (cette liste s'inspire des chapitres du manuel de Raymond Murphy que nous vous conseillons d'utiliser de manière ciblée pour effectuer vos révisions en autonomie):

Si vous possédez déjà une autre grammaire, travaillez les points suivants dans celle que vous possédez.

- **Domaine verbal:**

- Present simple and present continuous [Murphy 1-4]
- Past simple and past continuous [Murphy 5-6]
- Present perfect continuous [Murphy 9-10]
- For and since [Murphy 12]
- Past simple and present perfect [Murphy 13-14]

- Past perfect [Murphy 15]
- Modals and their values: can, (be) able to, could, must, may, might, should, would [Murphy 26-34]
- *If* and *wish* [Murphy 38-41]
- The passive voice [Murphy 42-44]
- Reported speech [Murphy 47-48]
- Questions [Murphy 49-50]
- Regular and irregular verbs [Appendix 1]

• **Domaine nominal:**

- Countable and uncountable nouns [Murphy 69-71]
- A/an, the [Murphy 72-76]
- The zero article (∅) [Murphy 77-78]
- Singular and plural [Murphy 79]
- Noun + noun [Murphy 80]
- The genitive (- 's) [Murphy 81]
- Determiners: some/any, no/none/any, nothing/nobody, much, many, little, few, a lot, most/most of, no/none of, all, whole, every, each/every, etc. [Murphy 85-91]

• **La phrase:**

- Relative clauses [Murphy 92-96]
- –ing and –ed clauses [Murphy 97]

2/ Exposez-vous tous les jours, pendant l'été, à l'anglais. Voici quelques idées :

- **Ecoutez quelques podcasts** de qualité en anglais. Choisissez des points qui vous intéressent télécharger le podcast et écoutez-le à votre rythme, plusieurs fois si nécessaire, et écoutez au moins **10 minutes par jour**. Pensez également à télécharger leurs applications sur votre smartphone ou à les suivre sur vos réseaux sociaux favoris. Notez les mots de vocabulaire. Voici une liste succincte des médias proposant des podcasts de qualité :

UK	US
○ <i>Vocable</i> magazine	○ <i>Vocable</i> magazine
○ <i>The Guardian Online</i> : https://www.theguardian.com/uk-news	○ <i>Time Magazine online</i> : https://time.com/
○ <i>The Times</i> https://www.thetimes.com	○ <i>The Daily</i> (New York Times Podcast)
○ <i>Six O'Clock News</i> (BBC Radio 4 Podcast)	○ <i>The NPR Politics Podcast</i> (npr.org)
○ <i>BBC</i> (BBC .co. uk) ou <i>BBC Podcasts</i>	○

- **Lire la presse tous les jours** en anglais : Tous les journaux ont un site web et beaucoup laissent lire une partie de leurs articles gratuitement. Voici les titres les plus reconnus :

UK	US
○ <i>The Guardian</i> (centre gauche.) Accès libre en ligne. [theguardian.com]	○ <i>The Washington Post</i> (centre)
○ <i>The Times</i> (centre-droite) [thetimes.com]	○ <i>Time Magazine</i> , conservateur.
○ <i>The Independent</i> (centre). Il n'existe plus qu'en version électronique depuis 2016.	○ <i>The New York Times</i> , référence pour les démocrates et républicains modérés
○ <i>The Financial Times</i> , libéral économique.	○ <i>USA Today</i> , couverture nationale.
○ <i>The Economist</i> , magazine hebdomadaire sur les questions de société.	○ <i>The International New York Times</i> , avant 2013 <i>The International Herald Tribune</i>
○ <i>The New Statesman</i> , magazine	○ <i>The Wall Street Journal</i> , républicain.

hebdomadaire de gauche.	
○	○ <i>US News and World Report, conservateur, en ligne.</i>
○	○ <i>Bloomberg Businessweek, magazine centriste</i>
○	○ <i>The Atlantic, magazine démocrate en ligne.</i>

Cours de HKS Saclay : Cours de langue / compétences linguistiques.

1/ Programme de l'année d'hypokhâgne B/L en HKS Saclay

- Traduction : thème / version journalistique (presse)
- Langue anglaise : grammaire et phonologie
- Compréhension de l'oral et de l'écrit
- Pratique de la langue orale et écrite.

2/ Ouvrages de référence à se procurer pour la rentrée de septembre*

* **Pour le manuel de vocabulaire**, nous vous demandons d'acheter l'édition prescrite (et non des éditions plus anciennes, pour que nous ayons tous accès aux mêmes pages). Pour les autres manuels, l'édition n'a pas d'importance. Ces ouvrages seront indispensables pendant vos années d'hypokhâgne et de khâgne, et également fort utiles pour la suite de vos études supérieures.

- **Annie Sussel, Corinne Denis, Agathe Majou, *Le Vocabulaire de l'anglais***, Paris, Hachette Supérieur, 2016. ISBN-13 : 978-2-01-400462-5
- **Bescherelle, *La conjugaison pour tous***, Hatier Juillet 2012 ISBN : 978 221895198-5
- Un dictionnaire bilingue, de préférence le : **Robert & Collins SENIOR**.

3/ Lecture obligatoire, qui fera l'objet d'un contrôle de lecture à la rentrée à l'écrit, pour les étudiants inscrits au cours HKS Saclay. (L'édition n'a pas d'importance)

- ***The Orphan Mother, by Robert HICKS***, Editeur Great central Publishing, 2016, reprint 2017.
ISBN-13: 978-0446581677 ou Kindle Edition: ASIN : B01FRAZHKK ou E Pub :
EAN : 9780446576130

Nous n'étudierons pas cette œuvre en cours, il s'agit d'une lecture d'été qui en vous exposant à de l'anglais écrit de qualité, vous permettra d'enrichir votre anglais et sera utile pour la rédaction de vos essais Saclay. Pensez à prendre des notes pendant votre lecture afin d'identifier la chronologie des événements, les personnages et les thèmes récurrents de cette œuvre tout en relevant les structures idiomatiques et le vocabulaire nouveaux afin de pouvoir les travailler et les mémoriser.

4/ Acheter et lire le magazine VOCABLE anglais édition Juin /Juillet /Août. Puis apprendre le lexique proposé dans les fiches. (Il est possible d'acheter ce magazine dans toutes les grandes librairies). L'apprentissage du vocabulaire fiché dans le magazine fera l'objet d'un autre contrôle à la rentrée en cours de HKS Saclay.

5/ Media Log: Gardez une trace des podcasts et articles que vous avez lus ou écoutés en conservant leur titre, leur date, leur source, quelques phrases clés sur le contenu et la fiche de vocabulaire avec 10 mots de vocabulaire non maîtrisés dont vous avez cherché les deux sens principaux dans un dictionnaire bilingue. Amenez votre travail au premier cours du mois de Septembre. Voici un exemple de grille :

DATE	SOURCE (i.e. The Guardian)	TITLE of article or podcast	Thèmes / Idées / Arguments
Vocabulaire nouveau 1.		2.	
3.		4.	
5.		6.	
7.		8.	
9.		10.	
DATE	SOURCE (i.e. The Guardian)	TITLE	Thèmes / Idées / Arguments
Vocabulaire nouveau 1.		2.	
3.		4.	
5.		6.	
7.		8.	
9.		10.	

**Cours de Civilisation Britannique et Américaine : HKS Oral de presse
& HKS Option**

HKS oral de presse : (Civilisation des pays anglophones, préparation obligatoire pour tous les étudiants à l'épreuve orale ENS ULM)

HKS Option : (Civilisation des pays anglophones, épreuve écrite pour les optionnaires):

1/ Programme de civilisation de l'année d'hypokhâgne B/L

- Civilisation des pays anglophones (Royaume-Uni et États-Unis, c. 1750-nos jours)
- Épreuve orale sur sources primaires et presse en HKS Oral de presse
- Épreuve écrite sur sources primaires et presse en HKS Option
- Compréhension de l'oral et de l'écrit
- Pratique de la langue orale et écrite.

2/ Ouvrages de référence à se procurer pour la rentrée de septembre pour les cours de civilisation :

1/ Marie-christine Pauwels, *Civilisation des États-Unis*, Hachette Supérieur 2017.

ISBN :978-2-01-700985-6

2/ Pierre Lurbe et Peter John, *Civilisation Britannique*, Hachette Supérieur 2017.

ISBN : 978-2-01-700996-2

Ouvrages de référence complémentaires que l'on peut consulter en bibliothèque.

- BOYER, Paul S., *A Very Short Introduction to American History*, Oxford University Press, 2012.
- LAGAYETTE, Pierre *Les grandes dates de l'histoire américaine*, Paris, Hachette Supérieur, 2015.
- MIOCHE, Antoine, *Les grandes dates de l'histoire britannique*, Paris, Hachette Supérieur, 2017.
- PICKARD, Sarah, *Civilisation britannique/British Civilization*, Paris, Pocket, 2018.

3/ Travail obligatoire pour le cours HKS Oral de presse

Lire et ficher les chapitres suivants :

Dans le manuel *Civilisation des États-Unis* : Chapitre 1 - Institutions (pp. 9-23)

Dans le manuel *Civilisation Britannique* : Chapitre 3 - The Institutional Environment (pp. 55-70)

4/ Travail obligatoire pour le cours HKS Option

Lire et ficher les chapitres suivants :

Dans le manuel *Civilisation des États-Unis* : Chapitre 10 - The Media (pp. 169-186)

Dans le manuel *Civilisation Britannique* : Chapitre 8 - The Media (pp. 155-161)

Le travail demandé n'est pas quantitativement très lourd, mais il consiste à prendre de bonnes habitudes. La régularité, la rigueur et l'organisation vous aideront à maintenir le rythme.

Nous vous souhaitons d'excellentes vacances reposantes et riches en découvertes.

I. MASSEIN, P. LAMOUREUX, S. BOUSTA et N. PALETTE.

ESPAGNOL HKS 2026-2027
Conseils et orientations de lectures pour la rentrée

A) Ouvrage à se procurer obligatoirement :

➤ **Pour les révisions grammaticales :**

- MARIANI, Claude, VASSIVIERE Daniel, *Pratique de l'espagnol de A à Z*, Paris, Hatier.

B) Quelques ouvrages de référence (recommandés):

➤ **Ouvrages de civilisation et d'histoire du monde hispanique :**

- Précis de civilisation : *Précis de la civilisation espagnole et ibéro-américaine du XXe siècle à nos jours avec cartes mentales* de Carole Poux et de Claire Anzemberger.
- Préparation aux concours : *Tout l'espagnol aux concours (5e édition)* d'Arnaud Hérard et Jaime Avila-Martínez.
- Romans graphiques : *La guerra civil española* ou *La muerte de Guernica* de Paul Preston adaptación de José Pablo García.

➤ **Manuel pour des révisions lexicales :**

- FREYSSELINARD, Eric, *Le mot et l'idée 2*, Ophrys, 2023.

➤ **Dictionnaire(s)**

- Un dictionnaire **bilingue** (édition indifférente).

C) Devoirs de vacances :

L'évaluation de rentrée portera sur les points suivants :

- **pays et capitales d'Amérique latine (cf. la carte à la page suivante)**
- **présent de l'indicatif en espagnol (verbes réguliers et irréguliers)**
- **les nombres**
- **les emplois de *ser* et *estar***
- **la formation de l'adjectif**

Pour se préparer efficacement, un conseil : **se remettre à niveau en langue espagnole.**

→ **À l'écrit :** travailler très régulièrement l'espagnol pendant les vacances. Revoir les conjugaisons, le vocabulaire et commencer à faire des fiches de grammaire grâce au manuel (*Pratique de l'espagnol de A à Z*).

→ **À l'oral :** faire un séjour en Espagne (si vous en avez l'opportunité), regarder des films et séries en V.O., écouter la radio, des podcasts, de la musique...

Conseil supplémentaire : **suivre l'actualité du monde hispanique en consultant la presse.**

→ Vous pouvez télécharger les applications ou consulter les sites Internet des principaux journaux espagnols (*El País, El Mundo, ABC, La Vanguardia...*) et de la chaîne de télévision RTVE (<http://www.rtve.es/noticias/>) ainsi que le site du LANIC (Latin American Network Information Center) de l'Université d'Austin (<http://lanic.utexas.edu/indexesp.html>)

Los profesores de español, os deseamos a todos muy buenas vacaciones.

Apprenez à situer les pays d'Amérique latine sur une carte. Vous devrez également connaître la capitale de chaque pays (sans avoir à la localiser).

→ *Exercices interactifs pour s'entraîner:*

- *Pour les pays : (Amérique latine : Pays – Jeu de cartes – www.geoguessr.com)*
- *Pour les capitales : (Capitales de l'Amérique latine – Educaplay – créé par Katherine Pineda Morales)*



1. **Argentine:** Buenos Aires.
2. **Bolivie:** Sucre.
3. **Brésil:** Brasilia.
4. **Chile:** Santiago de Chile.
5. **Colombie:** Bogotá.
6. **Costa Rica:** San José.
7. **Cuba:** La Habana.
8. **Ecuador:** Quito.
9. **El Salvador:** San Salvador.
10. **Guatemala:** Ciudad de Guatemala.
11. **Haïti:** Puerto Príncipe.
12. **Honduras:** Tegucigalpa.
13. **México:** Ciudad de México.
14. **Nicaragua:** Managua.
15. **Panamá:** Panamá.
16. **Paraguay:** Asunción.
17. **Pérou:** Lima.
18. **República Dominicana:** Santo Domingo.
19. **Uruguay:** Montevideo.
20. **Venezuela:** Caracas

ALLEMAND – HKS 2026-2027

1) Ouvrages obligatoires (à acquérir avant la rentrée)

- **grammaire** : l'Anti-fautes d'Allemand, Larousse, **2025**.
- **recueil de vocabulaire** : ROUBY & SCHARFEN, VOX allemand. vocabulaire incontournable des examens et concours, 2^e édition, Ellipses, **2018**.
- **ouvrage de civilisation** : FEREC & FERRET, Dossiers de civilisation allemande, 6^e édition, Ellipses, **2022**.

2) Devoirs de vacances

Revoir les **mots de liaison** ainsi que les points de **grammaire** suivants : la **syntaxe** (place du verbe et des compléments dans la phrase) ; la **conjugaison** (présent, preterit, parfait, impératif) ; les **verbes de modalité** (conjugaison + sens) ; la **déclinaison** ; le **comparatif** et le **superlatif** ; les **pronoms relatifs, personnels, possessifs et interrogatifs**.

A la rentrée, il y aura un **test de niveau de langue**.

NB : Vous pouvez vous servir de l'ouvrage de grammaire préconisé dans le 1) pour vos révisions.

Pendant les grandes vacances, vous auriez naturellement intérêt à rester en contact avec l'allemand et les pays germanophones pour mieux démarrer en CPGE, en regardant / en écoutant :

- les informations en allemand : <https://www.tagesschau.de/100sekunden/> (version courte) ou <http://www.tagesschau.de>.
- des émissions en version allemande sur arte : <https://www.arte.tv/>

Nous vous souhaitons de bonnes vacances ! Au plaisir de vous rencontrer à la rentrée et de préparer ensemble les concours d'entrée aux Grandes Ecoles !

Stephanie HASSELKUS et Sandrine VANAVERBECK